Examen de mécanique du solide

Lundi 8 novembre 2010 (1,5 heure)

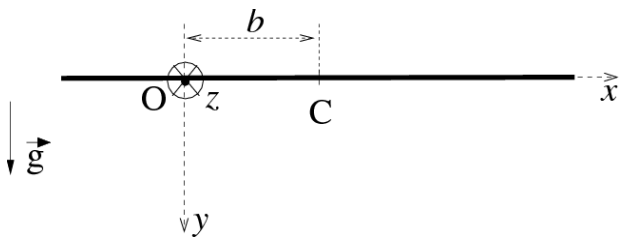
Les exercices sont indépendants. Le barème est approximatif.
Les calculatrices ne sont pas autorisées.

Exercice 1. Mouvement d'une barre sur un axe horizontal *(~ 8 points)*

a) Déterminer le moment d'inertie J d'une barre homogène, de masse m, de longueur $2l$, par rapport à son axe de symétrie (axe perpendiculaire à la barre passant par son centre).

En déduire le moment d'inertie J' de cette barre par rapport a un axe perpendiculaire à la barre passant par un bout de la barre.

Une barre homogène, de masse m, de longueur $2l$, de centre C, est posée sur une tige horizontale fixe de rayon négligeable coïncidant avec l'axe (Oz) de la figure. La tige et la barre sont perpendiculaires. Le contact entre la tige et la barre est caractérisé par un coefficient de frottement μ (coefficient de frottement statique = coefficient de frottement dynamique).



A l'instant initial, la barre est lâchée, sans vitesse initiale, dans la position horizontale coïncidant avec l'axe (Ox) de la figure, telle que OC = b, avec C est le centre de la barre et b une constante positive ($b < l$) (voir figure).

Soit θ l'angle entre l'axe horizontal (Ox) et la barre.

Pendant la première phase du mouvement, le contact en O est sans glissement.

b) Pendant la première phase du mouvement:

b.1) Quel est le vecteur instantané de rotation $\vec{\Omega}$ de la barre ?

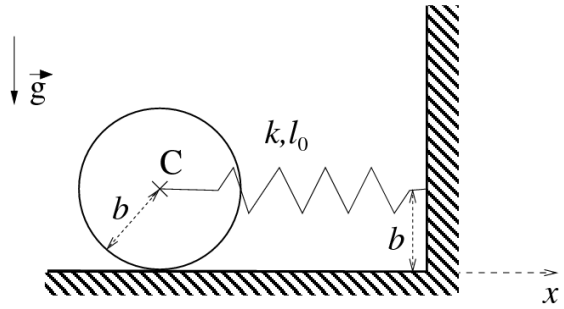
b.2) Écrire l'énergie cinétique de la barre dans le référentiel du sol.

b.3) En déduire la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction de θ .

c) Pour quel angle θ_1 la barre commence-t-elle à glisser ?

Exercice 2. Oscillation d'un cylindre *(~ 6 points)*

Un cylindre plein homogène, de masse *m*, de centre C et de rayon *b*, est attaché en C à un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur *k* (voir figure). La liaison entre le cylindre et le ressort est parfaite (sans frottement) et le cylindre peut tourner librement autour de son axe de symétrie.



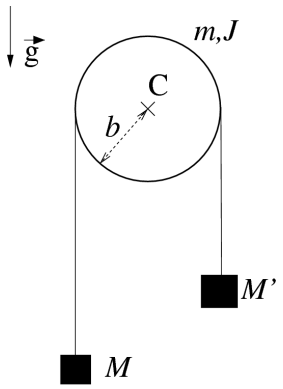
Le cylindre peut se déplacer, sans glisser, sur le sol horizontal dans la direction *x*. Le contact entre le cylindre et le sol est caractérisé par un coefficient de frottement μ (coefficient de frottement statique = coefficient de frottement dynamique).

En utilisant le théorème de moment cinétique, déterminer la période d'oscillation du cylindre autour de sa position d'équilibre.

Rappel: Le moment d'inertie J d'un cylindre homogène, de masse m, de rayon b, par rapport à son axe de symétrie (axe du cylindre passant par son centre) est $J = mb^2/2$.

La force de rappel d'un ressort est : $\vec{F}=-k(l-l_0)\vec{u}$ *, où l est la longueur du ressort et* $\vec{u}$ *est un vecteur unitaire dans le sens de l croissant.*

Exercice 3. Machine d'Atwood *(~ 6 points)*



Une poulie circulaire, de rayon *b*, de centre C, de masse *m*, de moment d'inertie *J* par rapport à son axe, peut tourner librement (sans frottement) autour de son axe horizontal fixe. Cette poulie supporte grâce à un fil inextensible de masse négligeable, d'un côté un masse *M* et de l'autre une masse *M'* supérieure à *M*. On suppose que le fil ne glisse pas sur la poulie.

Calculer, par deux méthodes différente, l'accélération de la masse *M'* en fonction des données de l'énoncé :

a) En utilisant le principe fondamental de la dynamique et le théorème du moment cinétique.

b) En utilisant l'énergie ou la puissance mécanique.